# Expresiones Algebraicas



### Observación

Como los números enteros pueden ser positivos o negativos, esto nos lleva a dividir las E.A. racionales en dos tipos:

Tipos de E.A. RACIONALES

**(I–a.) E.A. Racionales Enteras**

Son aquellas donde las variables tienen exponentes enteros positivos, incluyendo al cero.

Ejemplo:

- $3x^2y^{12}+25$

(*) $25 \rightarrow 25x^o$

- $\sqrt{2}\,x^2y-\sqrt{3}xy^2$
- $\frac{1}{3}x^2-\frac{\sqrt{2}}{3}xy^2+2$

### Nota

Observa que las E.A. Racionales Enteras no presentan variables en el denominador.

**(I-b) E.A. Racionales Fraccionarias**

Son aquellas donde las variables tienen exponentes enteros negativos o al menos una de las variables esta afectada de exponente negativo.

También se dice que las E.A. Racionales Fraccionarias son aquellas que presentan variables en el denominador.

**Ejemplos:**

- $\frac{3}{2xy^5}$
- $5x^{-5}$
- $2xy^{-2}z^3$
- $x^2+\frac{1}{x}+2x^{-5}$
- $\frac{x^2+\sqrt{2}y}{y^2}$
- $3x^{-1}y^2-2x^2y^{-1}$

**II) E.A. Irracionales**

Son aquellas donde sus variables tienen exponentes fraccionarios o estos llevan radicales.

**Ejemplos:**

- $2\sqrt{xy}+25\frac{x}{\sqrt{y}}$
- $3xy^{1/2}z^2$
- $2x^{-1/2}+3x^{-1/3}-5x^5$
- $\frac{2}{3\sqrt{x}}+\frac{3}{x\sqrt{y}}$

## Trabajemos en clase

1. Marcar con un aspa para indicar qué tipo de expresión algebraica corresponde.

| EXPRESIÓN ALGEBRAICA | RACIONAL | RACIONAL ENTERA | RACIONAL FRACCIONARIA | IRRACIONAL |
|---|---|---|---|---|
| $x^3+2x+1$ | X | X | | |
| $x^2+x^{-2}$ | X | | X | |
| $7+\sqrt{x}$ | | | | X |
| $\sqrt{2}x^2+x-\frac{1}{3}$ | X | X | | |
| $5$ | X | X | | |
| $x$ | X | X | | |
| $2\sqrt{x+y}$ | | | | X |
| $2x^2+\frac{1}{x^2}-3$ | X | | X | |
| $x^{1/2}-x^{3/2}$ | | | | X |
| $\sqrt[3]{2}x-\sqrt[3]{y}$ | | | | X |
| $x+\frac{2}{\sqrt{2}}x^{-2}$ | X | | X | |
| $x+\frac{1}{x}+\frac{\sqrt{2}}{xy}$ | X | | X | |
| $\sqrt{2}x+\sqrt{3}y^2$ | X | X | | |
| $\frac{1}{2}x^5-\frac{3}{5}x^{-5}+1$ | X | | X | |

(2) $x^2y+\frac{x^2}{y}$ ...... Expresión Algebraica Racional Fraccionaria (EARF)

$\sqrt{x}+5$ ..... Expresión Algebraica Irracional. (E.A.I)

$x^2+\sqrt[3]{y}$ ..... Expresión Algebraica Irracional. (E.A.I)

$x^4y^3-1$ ....... Expresión Algebraica Racional Entera. (EARE)

$x^{2/3}$ ....... Expresión Algebraica Irracional. (E.A.I)

(3) $E=x^{n-2}+y^{5-n}$ ..... es una E.A.Racional Entera.

¿ Cuántos valores puede tomar "n" ?

Solución

Por ser E.A.R.E entonces los exponentes de las variables son números enteros y positivos es decir mayores que cero.

Por lo tanto:

$n-2\geq 0 \quad \wedge \quad 5-n\geq 0$

$n\geq 2 \qquad\qquad 5\geq 0+n$

$5\geq n$

es decir:

$n\leq 5$

$n=\{2,3,4,5,6,\dots\}$ $\qquad$ $n=\{5,4,3,2,1,\dots\}$

cruzamos respuestas

$\therefore$

$n=\{2,3,4,5\}$

"n" puede tomar 4 valores.

4) Reducir:

$$\frac{\sqrt[3]{x^2\sqrt{x^3}}}{\sqrt{x^3\sqrt[3]{x^2}}}\cdot\sqrt[4]{\frac{x^5\sqrt[3]{x^4}}{x^3\sqrt[3]{x}}}$$

Solución

$$\frac{x^{\frac{2\cdot2+3}{3\cdot2}}}{x^{\frac{3\cdot3+2}{2\cdot3}}}\cdot\frac{\sqrt[4]{x^5\sqrt[3]{x^4}}}{\sqrt[4]{x^3\sqrt[3]{x}}}$$

$$\frac{x^{\frac{4+3}{6}}}{x^{\frac{9+2}{6}}}\cdot\frac{x^{\frac{5\cdot3+4}{4\cdot3}}}{x^{\frac{3\cdot3+1}{4\cdot3}}}$$

$$\frac{x^{\frac{7}{6}}}{x^{\frac{11}{6}}}\cdot\frac{x^{\frac{19}{12}}}{x^{\frac{10}{12}}}$$

$$x^{\frac{7}{6}-\frac{11}{6}}\cdot x^{\frac{19}{12}-\frac{10}{12}}$$

$$x^{-\frac{4}{6}}\cdot x^{\frac{9}{12}}$$

$$x^{-\frac{2}{3}}\cdot x^{\frac{3}{4}}$$

$$x^{-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}}=x^{\frac{-8+9}{12}}$$

$$=x^{\frac{1}{12}}$$

5) $A=2^{\left(\sqrt{2^{-1}}+\sqrt{8^{-1}}\right)^{-2}}$

$B=\left(\sqrt[4]{4}\right)^{2^{3^{-2}}}$

$P=\left(\sqrt[3]{x\cdot\sqrt{x}}\right)^4\left(\sqrt[4]{x^3\sqrt[5]{x^9}}\right)$

Hallar: $E=\sqrt[AB]{P}$

Solución

$$A=2^{\left(\sqrt{2^{-1}}+\sqrt{(4\cdot2)^{-1}}\right)^{-2}}$$

$$A=2^{\left(\sqrt{2^{-1}}+\sqrt{4^{-1}\cdot2^{-1}}\right)^{-2}}$$

$$A=2^{\left(\sqrt{2^{-1}}+\sqrt{4^{-1}}\cdot\sqrt{2^{-1}}\right)^{-2}}$$

$$A=2^{\left(\sqrt{2^{-1}}+\sqrt{\frac{1}{4}}\cdot\sqrt{2^{-1}}\right)^{-2}}$$

$$A=2^{\left(1\sqrt{2^{-1}}+\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2^{-1}}\right)^{-2}}$$

$$A=2^{\left(\frac{2\sqrt{2^{-1}}+1\sqrt{2^{-1}}}{2}\right)^{-2}}$$

$$A=2^{\left(\frac{3}{2}\sqrt{2^{-1}}\right)^{-2}}$$

$$A=2^{\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{\sqrt{2^{-1}}}\right)^{2}}$$

$$A=2^{\frac{4}{9}\cdot\frac{1}{2^{-1}}}$$

$$A=2^{\frac{4}{9}\cdot2^{1}}$$

$$A=2^{\frac{4}{9}\cdot2}$$

$$A=2^{\frac{8}{9}}$$

$$B=\left(\sqrt[4]{4}\right)^{2^{3^{-2}}}$$

$$B=\left(\sqrt[4]{4}\right)^{2^{\frac{1}{3^2}}}$$

$$B=\left(\sqrt[4]{2^2}\right)^{2^{\frac{1}{9}}}$$

$$B=\left(2^{\cancel{\frac{2}{4}}\,\frac{1}{2}}\right)^{2^{\frac{1}{9}}}$$

$$B=\left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{2^{\frac{1}{9}}}$$

$$B=\left(2^{2^{-1}}\right)^{2^{\frac{1}{9}}}$$

$$B=2^{2^{-1}\times 2^{\frac{1}{9}}}$$

$$B=2^{2^{-1+\frac{1}{9}}}$$

$$B=2^{2^{-\frac{8}{9}}}$$

---

$$P=\left(x^{\frac{1.2+1}{3.2}}\right)^4\left(x^{\frac{3.5+9}{4.5}}\right)$$

$$P=x^{\cancel{\frac{3}{6}}\,\frac{1}{2}}\cdot x^{\cancel{\frac{24}{20}}\,\frac{6}{5}}$$

$$P=x^{\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{6}{5}}$$

$$P=x^{\frac{1}{2}+\frac{6}{5}}$$

$$P=x^{\frac{5+12}{10}}$$

$$P=x^{\frac{17}{10}}$$

$$\Rightarrow \quad P \qquad E=\sqrt[A\cdot B]{P}$$

$$E=\sqrt[2^{\frac{8}{9}}\cdot 2^{2^{-\frac{8}{9}}}]{x^{\frac{17}{10}}}$$

Está mal planteado la pregunta. debería ser:

$$E=\sqrt[B^A]{P}$$

$$E=\sqrt[\left(2^{2^{-\frac{8}{9}}}\right)^{2^{\frac{8}{9}}}]{x^{\frac{17}{10}}}$$

$$E=\sqrt[2^{2^{-\frac{8}{9}}\cdot 2^{\frac{8}{9}}}]{x^{\frac{17}{10}}}$$

$$E=\sqrt[2^{2^{-\frac{8}{9}+\frac{8}{9}}}]{x^{\frac{17}{10}}}$$

$$E=\sqrt[2^{2^0}]{x^{\frac{17}{10}}}$$

$$E=\sqrt[2^1]{x^{\frac{17}{10}}}$$

$$E=\sqrt[2]{x^{\frac{17}{10}}}$$

$$E=x^{\frac{17}{10\times 2}}$$

$$E=x^{\frac{17}{20}}$$

$E$ es una E.A.Irracional.

6) $P_{(x)} = \frac{2}{3} X^{3n-7}$ ------ es E.A.Racional entera. (exponente entero → positivo → $\geq 0$)

$Q_{(x)} = \sqrt{2}\, X^{4n-15}$ ---- es E.A.Racional fraccionaria (exponente entero → negativo → $< 0$)

Hallar "n"

Solución

$3n-7 \geq 0$ $\wedge$ $4n-15 < 0$

$3n \geq 7$ $\qquad$ $4n < 15$

$n \geq \frac{7}{3} = 2,33...$ $\qquad$ $n < \frac{15}{4} = 3,75$

$n = \{3, 4, 5, 6, ....\}$ $\qquad$ $n = \{3, 2, 1, ....\}$

cruzamos respuestas y se obtiene

$\boxed{n = 3}$

## Sección Ahora hazlo tú!!

1) $P_{(x,y)} = 4X^{\frac{6}{n}} + 2Y^{\frac{n+1}{2}}$ --- es E.A.Racional Entera.

Calcular la suma de valores que toma "n"

Solución

$\frac{6}{n}$ debe ser entero

para ello, la división de 6 y n debe ser exacta

$n = \{1, 2, 3, 6\}$

$\frac{n+1}{2} \geq 0$

$n+1 \geq 0 \times 2$

$n+1 \geq 0$

$n \geq 0-1$

$n \geq -1$

$n = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...\}$

pero la división de $(n+1)$ entre $(2)$ debe ser exacta.

$n = \{-1, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, ....\}$

cruzamos respuestas

$\Rightarrow n = \{1, 3\}$

$\therefore$ la suma de sus valores será: $1 + 3$

$4$